

ISBN : 978-602-17187-2-8

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL EXCHANGE OF EXPERIENCES

TEACHERS QUALITY IMPROVEMENT PROGRAM (TEQIP) 2014

MALANG, 1 DESEMBER 2014

TEMA:
“MEMBANGUN KARAKTER BANGSA
MELALUI PEMBELAJARAN BERMAKNA TEQIP“



PENYELENGGARA:

PT PERTAMINA (PERSERO)
BEKERJASAMA DENGAN
UNIVERSITAS NEGERI MALANG (UM)



DAFTAR ISI

MATEMATIKA

Penerapan Model Pembelajaran *Numbered Head Together* (NHT) Materi Peluang pada Siswa Kelas IX SMP 2 Kembangan
Ruslah (828-831)

Penggunaan Model Pembelajaran *Snowball Throwing* untuk Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Siswa Kelas VI SDK Bukit Moria Tule
Elvis Buntaa (831-839)

Pembelajaran Materi FPB dan KPK dengan Menggunakan Metode Pembagian Bersusun
Hipolitus Darmin (839-844)

Peningkatan Aktivitas dan Hasil Belajar Matematika Siswa pada Materi Sistem Koordinat Dikelas VI SDN 07 Curup Tengah melalui Metode Penemuan Terbimbing dengan Pendekatan Kerjasama Kelompok
Khairul dan Kastani (844-851)

Peningkatan Prestasi Belajar Matematika Operasi Hitung Perkalian melalui Partisipasi Orang Tua pada Siswa Kelas VI di SD Negeri 1 Kertosari
Pri Hariyati (852-855)

Penggunaan Media Pembelajaran Garis Bilangan untuk Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Kelas IV SD Kristen Tabang
Suryo Widu dan Zusan Arni Landang (856-859)

Penggunaan Media Konkrit Gelas Es Cream dan Kartu Berwarna untuk Meningkatkan Kemampuan Siswa dalam Pembelajaran Matematika pada Materi Perkalian Dua Bilangan Bulat di Kelas VII SMP Negeri 2 Meliau
Puryanti (859-863)

Pembelajaran Perkalian Bilangan Bulat Menggunakan Alat Peraga Gelko Kelas VII SMPN 3 Sanggau Kalimantan Barat Tahun Pelajaran 2014/2015
Utin Linda Mersianti (863-869)

Membangun Pemahaman Siswa Tentang Konsep Operasi Hitung Penjumlahan Pecahan dengan Berorientasi pada Pendekatan PAIKEM Di Kelas III SDN 2 Guntur Macan Tahun Pelajaran 2013 / 2014
H. Burhanudin (869-875)

Meningkatkan kemampuan siswa menggunakan pecahan dalam masalah perbandingan dan skala dengan model pembelajaran *mathematical investigation* pada siswa kelas vi sd negeri sulamadaha kota ternate
Lilik Linawati (876-881)

Upaya Meningkatkan Hasil Belajar Matematika melalui Permainan Membangun Dinding Pecahan pada Materi Pemahaman Konsep Penjumlahan Pecahan Siswa Kelas IV SD Negeri I Kema
Sitti Aisah Da'u (882-890)

Pembuatan dan Penggunaan Alat Pelajaran Mistar Hitung Geser pada Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat di Kelas VII-C SMP Negeri 1 Penajam Paser Utara Tahun Pelajaran 2013/2014
Marfu'ah Listyaningsih (890-894)

Penerapan Metode *Discovery Learning* dalam Pembelajaran Bermakna Materi Statistika dengan Menggunakan Alat Peraga *Cinmenmo* untuk Meningkatkan Prestasi Belajar Siswa Kelas IX SMPN 10 Sanggau
Nining Wijiyanti (894-901)

Peningkatan Hasil Belajar Siswa dalam Mempelajari Materi Pokok Himpunan dengan Menggunakan Pendekatan Kontekstual pada Siswa Kelas VII SMPN 04 Satap Mukok
Riska Tabahyana Agustini (901-906)

Meningkatkan Pemahaman Konsep Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat dengan Menggunakan Alat Bantu Batang Bilangan pada Siswa Kelas V Semester I Sekolah Dasar Negeri 3 Bukit Tinggi Lombok Barat
Mohamad Jauhari & Zainuddin (907-913)

Penggunaan Papan Napier dalam Pembelajaran Perkalian Siswa Kelas IV SD Negeri 200311 Pudunjae Padangsidempuan
Sofyan (913-918)

Upaya Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah Materi Bangun Ruang Sisi Lengkung melalui Pembelajaran Inkuiri Setting Kooperatif Jigsaw Siswa Kelas IXA SMPN 9 Tanjab Timur
Supriono Santoso (918-926)

Peningkatan Hasil Belajar Materi Kesebangunan dan Kongruensi melalui Pembelajaran Kooperatif Model Jigsaw pada Siswa Kelas IXA SMP Negeri 4 Tahuna
Victorino Teddy Loong (926-930)

Peningkatan Hasil Belajar Materi Teorema Pythagoras Siswa Kelas VIII-B SMPN 9 Penajam Paser Utara dengan Metode *Teams Games Tournament (TGT)*
Rindi Wulandari (931-935)

Penggunaan Media Papan Petak Satuan dengan Permainan Puzzle dalam Menemukan Rumus Persegi Panjang Pada Siswa Kelas III SDN 2 Tijue Percontohan
Yulia Ekawati (935-940)

Pengembangan Buku Ajar Berbasis Inkuiri pada Materi Bentuk Aljabar
Muhamad Ilham Rosyadi, Purwanto, dan Sri Mulyati (941-949)

Diagnosis Kesulitan Siswa Berkecerdasan Kinestetik dalam Memecahkan Masalah Matematika dan Pemberian *Scaffolding*
Ida Safrida Sri Nurdiana, Subanji, dan Hery Susanto (949-954)

The Use of Straws and Plastic Balls to Understand Logic through Learning by Discovery on Grade X Students of *Teknik Gambar Bangunan (TGB)* SMK Sore Tulungagung
Yulia Putri Pawesthy, Gatot Muhsetyo, dan Santi Irawati (954-958)

Penggunaan Bungkus Minuman dalam Pembelajaran Investigasi untuk Meningkatkan Hasil Belajar Aljabar Siswa Kelas X MA Alhayatul Islamiyah Kedungkandang Malang
Luluk Mufidah (959-981)

Penerapan Pembelajaran Kooperatif *Two Stay –Two Stray* Berbantuan *Graphmatica* untuk Meningkatkan Keaktifan Peserta Didik dalam Pembelajaran Matematika
Andik Safani (982-990)

Penerapan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw untuk Meningkatkan Motivasi Belajar Matematika Siswa SMAN 1 Pamukan Barat
Achmad Fauzi, Abdur Rahman As'ari, dan Makkul Muksar (991-997)

Penalaran Analogi: Tinjauan Tipe dan Komponennya
Siti Lailiyah (997-1006)

Penerapan Metode Penemuan Terbimbing untuk Meningkatkan Keterampilan Bertanya dalam Pembelajaran Matematika
Ahmad Mansur Darmawan (1007-1013)

Penerapan Pembelajaran Kooperatif Tipe NHT untuk Meningkatkan Keaktifan dan Hasil Belajar Siswa Kelas XI IPA SMAN 1 Tanta pada Materi Fungsi Komposisi
Amalia Jaina, Cholis Sa'dijah, dan Swasono Rahardjo (1013-1020)

Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis pada Siswa Kelas X SMA Negeri 1 Panyipatan melalui Strategi Pembelajaran REACT
Aminudin, Cholis Sa'dijah, dan Sisworo (1021-1026)

Implementasi *Lesson Study* Menggunakan Pembelajaran dengan Strategi *REACT* yang Memanfaatkan Media Kemasan Kotak Minuman
Annisa Diniawati (1027-1032)

Implementasi *Inquiry Teaching* dalam Pelajaran Matematika
Buaddin Hasan (1032-1040)

Analisis Kesalahan Siswa SMA Kristen Charis Malang Berdasarkan *Newman Error Analysis* dalam Menyelesaikan Soal Perbandingan Trigonometri
Debita Yuli Purbasari (1040-1050)

Diagnosis Kesulitan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Cerita Logika Matematika dengan *Mapping Mathematics* serta Upaya Mengatasinya Menggunakan *Scaffolding*
Andika Adikrisna, Subanji, dan Hery Susanto (1050-1060)

Penerapan Pembelajaran Kooperatif Tipe *Team Assisted Individualization (TAI)* melalui *Lesson Study*
Aulia Ajjah (1060-1066)

Penerapan Pembelajaran Tipe *Think Pair Share* untuk Membangun Berpikir Kritis Siswa Kelas XI IPA-1 SMA Negeri 9 Malang pada Materi Limit Fungsi Aljabar
Diah Kismonowati, I. Nengah Parta, dan Hery Susanto (1067-1076)

Proses Berpikir Kreatif Siswa Kelas X dalam Memecahkan Masalah Matematika
Erni Juraina, Subanji, dan Swasono Rahardjo (1076-1087)

Penerapan Siklus Belajar (*Learning Cycle*) Eisenkraft untuk Meningkatkan Kemampuan Memecahkan Masalah Persamaan Kuadrat pada Siswa Kelas X4
Helni, Edy Bambang Irawan, dan Santi Irawati (1087-1095)

Implementasi Pembelajaran *Guided Inquiry* Bersetting Model Kooperatif Tipe *Think Pair Share (TPS)* Berbasis *Lesson Study* di SMA Negeri 7 Barabai
Hini Rahmini (1095-1102)

Pembelajaran *Lesson Study* Menggunakan *Number Sense* dalam Materi Trigonometri
Juairiyah (1102-1107)

Pemberian *Scaffolding* untuk Mengatasi Kesulitan Siswa dalam Memahami Logaritma
Mayang Dintarini (1108-1115)

Pembelajaran Kooperatif dengan Menggunakan Kotak Berwarna untuk Memahami Siswa tentang Permutasi dan Kombinasi

Muhammad Ali, Gatot Muhsetyo, dan I Made Sulandra (1115-1121)

Implementasi Model Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD Berbasis *Lesson Study* untuk Meningkatkan Aktivitas dan Pemahaman Matematika di SMAN 1 Kelumpang Hulu

Muhammad Rikhfan Muji, Subanji (1122-1132)

Pembelajaran dengan Pendekatan *Open-Ended* Bersetting Kooperatif untuk Membangun Kreativitas Matematika Siswa Kelas X SMAN I Kotabaru

Nor Laila (1132-1140)

Praktik Pengalaman Lapangan (PPL) *Lesson Study*

Nurlaela Khomariyah (1140-1144)

Lesson Study dalam Pembelajaran Penemuan pada Materi Trigonometri di Kelas X

Raingyusywaeko (1145-1151)

Pembelajaran Kooperatif Simetri dalam Kelompok Kecil

Siti Khusnah (1151-1157)

Implementasi Model Pembelajaran NHT Berbasis *Lesson Study* untuk Meningkatkan Kemandirian Belajar Matematika Siswa di SMA Negeri 10 Banjarmasin

Syamsir Kamal, Ipung Yuwono, dan Swasono Rahardjo (1157-1165)

Implementasi Model Pembelajaran *Think Pair Share* (TPS) Berbasis *Lesson Study* untuk Meningkatkan Pemahaman Matematika Siswa Kelas XI IPA SMAN 1 Kintap

Wagiati, Sri Mulyati, dan Makbul Muksar (1165-1175)

Penerapan Pembelajaran *Think Pair Share* Berbasis *Lesson Study* dalam Meningkatkan Hasil Belajar Kelas X-2 di SMAN 1 Pamukan Utara

Willmar Fensisca Simanjuntak (1175-1182)

Pemanfaatan *Flowchart* sebagai Algoritma dalam Merencanakan Strategi Pemecahan Masalah Matematika Berdasarkan Tahapan Polya

Ageng Jelly Purwanto (1183-1191)

Pembelajaran Berbasis Proyek dengan Memanfaatkan Kompetensi Kejuruan di SMK

Indah Setiyawati (1191-1204)

Penerapan *Lesson Study* pada Pembelajaran Program Linear di Kelas X Administrasi

Perkantoran pada SMK Ngunut Tulungagung

Ninik Purwaning Tyas (1204-1213)

Pembelajaran *Problem Creating* Berbantuan Pertanyaan dengan Konsep *Lesson Study* dalam Materi Turunan Fungsi

Mislahiyyah (1213-1220)

Interpretasi Terhadap Tugas Matematika dalam Memunculkan Proses Berpikir *Outside The Box*

Sri Hariyani (1221-1227)

Kajian Pelaksanaan *Lesson Study* tentang Pembelajaran Kontekstual di SMAN 7 Barabai

Eulis Sulastris (1227-)

Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa dalam Pembelajaran Berbasis Masalah Dipadukan dengan *Game Make and Match*

Anik Hayatul Musyarofah, Cholisa Sa'dijah, dan Sisworo (1233-1239)

Pengembangan Perangkat Pembelajaran Kontekstual Bersetting Kooperatif Tipe *Two Stay Two Stray* (TSTS) pada Materi Trigonometri
Mariani, Sri Mulyati, dan Santi Irawati (1239-1246)

Berpikir Kritis dan Pemecahan Masalah Matematika
Sutini dan I Nengah Parta (1246-1256)

Proses Berpikir Mahasiswa melalui Tiga Dunia Matematika: Studi Kasus untuk Tara
Lia Budi Trisanti (1257-1260)

Proses *Illusion Zone* (IZ) Dosen Matematika dalam Proses Pembelajaran Matematika di Kelas
Jauhara Dian Nurul Iffah dan Subanji (1261-1266)

Proses *Conjecturing* dalam Pemecahan Masalah Generalisasi Pola
Sutarto dan Subanji (1266-1271)

Meningkatkan Prestasi Belajar Ilmu Pengetahuan Alam melalui Metode Belajar Aktif Model Pengajaran Autentik pada Siswa Kelas VI Sekolah Dasar Negeri 002 Tenggarong
Hasmi (1271-1283)

Upaya Meningkatkan Minat Belajar Siswa di Kelas X SMK Wisnuwardhana Malang Menggunakan Metode Pembelajaran TGT (*Teams Games Tournament*)
Firda Alfiana Patricia (1283-1290)

Penerapan Pembelajaran Kooperatif Model *Think Pair Share* untuk Meningkatkan Hasil Belajar Materi Trigonometri Siswa Kelas X-4 SMA Negeri 3 Kediri
Machrus Bachroni (1290-1298)

Diagnosis Kesulitan Siswa dalam Menyelesaikan Persamaan Kuadrat dan *Scaffolding* yang Diberikan
Deddy Setiawan (1298-1304)

Implementasi *Team Games Tournament* (TGT) pada Pembelajaran Matematika untuk Meningkatkan Motivasi dan Hasil Belajar Siswa SMA Negeri 5 Banjarmasin
Meta Ariyani, Purwanto, dan Sri Mulyati (1305-1312)

Penerapan Pembelajaran *Think Talk Write* (TTW) Berbasis *Lesson Study* untuk Meningkatkan Pemahaman Siswa pada Materi Logika Matematika
Nor Izatil Kamilah, Purwanto, dan Edy Bambang Irawan (1312-1319)

Penggunaan Iklan Harga Jual dalam Pembelajaran *Think Pair Share* untuk Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Siswa SMA Negeri 7 Banjarmasin
Samitun, Gatot Muhsetyo, dan I Made Sulandra (1319-1326)

Mathematic Mobile Learning Module (MMLM) sebagai Solusi Pembelajaran untuk Siswa SMK yang sedang Melaksanakan Praktik Kerja Industri (PRAKERIN)
Agus Setio (1326-1329)

Pengembangan Buku Siswa “Aljabar Awal” yang Valid, Praktis, dan Efektif Bercirikan Penemuan Terbimbing
Arifin, Akbar Sutawidjaja, dan Abdur Rahman As'ari (1330-1343)

Identifikasi *Gesture* Siswa dalam Pemecahan Masalah Matematika
Intan Dwi Hastuti dan Subanji (1344-1350)

Identifikasi Pemahaman Siswa Tentang Konsep Fungsi

Imam Rofiki, Toto Nusantara, Subanji, dan Tjang Daniel Chandra (1350-1354)

Pengembangan Modul Pembelajaran Segitiga dengan Pendekatan Kontekstual pada Siswa SMP Kelas VII

Yapi J. Rauta, Sri Mulyati, dan Santi Irawati (1355-1364)

Implementasi *Lesson Study* dalam Pembelajaran Model *Van Hiele* pada Materi Bangun Ruang Sisi Datar

Sri Wahyuni (1364-1371)

Pembelajaran *Problem Posing* Setting Kooperatif untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa Kelas VIIIA SMPN I Kecamatan Sukorejo Kabupaten Ponorogo pada Materi Bangun Ruang Sisi Datar

Sri Purwati, Subanji dan Sisworo (1371-1382)

Kesalahan Siswa Kelas VIII SMP dalam Aljabar dan Upaya Mengatasinya Menggunakan *Scaffolding*

Shandi Pratama (1382-1393)

Pelevelan Kemampuan Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Berdasarkan Taksonomi SOLO Ditinjau dari Tipe Kepribadian

Lilis Widayanti (1394-1401)

Identifikasi Proses Pemerolehan Pemahaman Konsep Segiempat pada Siswa yang Mempunyai *Multiple Intelligences* Berbeda

Iin Purwanti, Akbar Sutawijaya dan Abdurrahman Asari (1401-1409)

Hambatan Berpikir Siswa SMP dalam Memecahkan Masalah Bilangan Bulat serta Pemberian *Scaffolding* untuk Mengatasinya

Gunanto Amintoko (1409-1421)

Penerapan Metode PQ4R Berbantuan “Bebibulan” untuk Memahami Materi Garis dan Sudut pada Siswa Kelas VII B SMP Negeri 2 Tanggul Jember

Giri Pramudya (1421-1436)

Proses Berpikir Analogi Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika

Arik Indrayani, Toto Nusantara, dan Abdul Qohar (1436-1445)

Penerapan Strategi Pembelajaran Fase Belajar Model *Van Hiele* pada Materi Bangun Ruang Sisi Datar di SMP Islam Al-Azhaar Tulungagung

Ranti Kurniasih (1445-1452)

Peningkatan Pemahaman Siswa pada Materi Segi Empat melalui Pembelajaran Berdasarkan Teori *Van Hiele* Berseting STAD

Amalia Itsna Yunita, Purwanto, dan I Nengah Parta (1452-1458)

Pelevelan Proses Generalisasi Pola pada Siswa SMP Berdasarkan Taksonomi SOLO

Siti Dinarti (1459-1469)

Pembelajaran dengan *Scientific Approach* untuk Membangun Penguasaan Materi Barisan dan Deret

Rakhmad Fajar Wijaya (1470-1476)

Problem Based Learning Berbantuan *Link Map*

Endang Suhartatik Prihartini (1476-1487)

Pemanfaatan Fasilitas *Insert Shapes* pada Microsoft Word untuk Memahami Siswa Tentang Barisan dan Deret melalui Pembelajaran STAD di Kelas XI SMK Negeri 1 Malang
Siswadi Afandi (1488-1501)

Berpikir Reflektif Kreatif dalam Menyelesaikan Masalah Grafik
Hery Suharna, Subanji, dan Toto Nusantara (1502-1509)

Proses Berpikir Kreatif dalam Kegiatan Pengajaran Masalah (*Problem Posing*) Materi Geometri untuk Siswa Kelas XI SMAN 1 Ngrayun Ponorogo
Andi Navianto, Subanji, dan Santi Irawati (1510-1516)

Penerapan Pembelajaran Kolaboratif dapat Meningkatkan Aktivitas dan Hasil Belajar Matematika Siswa Kelas X – 1 SMA Negeri 1 Angsana
Ika Kartika, Cholis Sa'dijah, dan Tjang Daniel Chandra (1516-1524)

Membangun Pemahaman Trigonometri Kelas X SMA Negeri 1 Berbek melalui Pendekatan Saintifik
Iva Jauharoh (1524-1534)

Penerapan Pembelajaran Kooperatif Tipe Murder untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas X pada Materi Persamaan Kuadrat SMA Negeri 1 Martapura
Nadiroh, Edy Bambang Irawan, dan Hery Susanto (1535-1547)

Lesson Study: Implementasi Pembelajaran Mengacu *Meaning-Based Approach* pada Siswa SMA Negeri 9 Barabai
Rahmani (1547-1553)

Pembelajaran Kooperatif Tipe *TPS* Berbantuan *Wingeom* untuk Meningkatkan Kemampuan Visualisasi Siswa di SMA Negeri 1 Pulau Laut Timur
Syari Arbayanti, Toto Nusantara dan Abd Qohar (1554-1564)

Penerapan Pembelajaran Kooperatif Tipe *Make A Match* Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Siswa Kelas X SMA Banua Kalimantan Selatan Tahun Pelajaran 2013/2014
Tasfia Azhima, Ipung Yuwono, dan Sisworo (1565-1571)

Model *STAD* dalam Pembelajaran Materi Perbandingan Trigonometri dan *Scaffolding*
I Wayan Sugiarta (1571-1579)

Penerapan Pembelajaran Kooperatif Tipe *Jigsaw* untuk Meningkatkan Komunikasi Matematis Siswa Kelas X SMK Melalui *Lesson Study*
Lutfia Marsalina dan Ipung Yuwono (1580-1586)

Penerapan *Problem Solving* pada Materi Barisan Geometri untuk Meningkatkan Pemahaman Siswa Kelas XI TKJ SMK Negeri Ngraho
Suyanto (1587-1593)

Pembelajaran Model *STAD-Problem Solving* untuk Meningkatkan Pemahaman Siswa pada Materi Barisan dan Deret
Zahrotun Nahdliyah (1594-1605)

Pembelajaran Keliling dan Luas Lingkaran dengan Strategi *REACT* pada Siswa Kelas VIII SMPN Satu Atap Lesanpuro Malang
Nur Laili Achadiyah (1605-1612)

Pengembangan Perangkat Pembelajaran Interaktif dengan Menggunakan Program *Geometer's Sketchpad* untuk Materi Persamaan Garis Kelas VIII G (Akselerasi) SMP Negeri 1 Tuban
Wiwik Purwaningsih, Akbar Sutawidjaya, dan Sri Mulyati (1612-1619)

Pengetahuan Integrasi Teknologi dalam Pembelajaran Calon Guru Matematika Berdasarkan Kerangka TPACK
Tomii Listiawan (1619-1633)

Analisis Kesalahan Siswa SMA Negeri 1 Grati Pasuruan pada Materi Geometri Berdasarkan Taksonomi SOLO
Anang Fatur Rakhman, Subanji, dan Swasono Rahardjo (1633-1642)

Penerapan Model Pembelajaran *Think Pair Share* Berbasis *Lesson Study* di Kelas VII-B SMP Negeri 15 Malang
Ahmad Candra Pradana (1643-1650)

Pembelajaran *Realistic Mathematics Education (RME)* untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis Siswa SMP Kelas VII B
Alfi Laila (1650-1663)

Pembelajaran Penemuan Terbimbing Pendekatan Saintifik untuk Meningkatkan Hasil Belajar Limit Fungsi pada Siswa SMAN-1 Ngrayun
Sugiyono (1663-1671)

Diagnosis Kesulitan Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Geometri-Pisa melalui Pemetaan Kognitif dan Upaya Mengatasinya dengan *Scaffolding*
Agung Prasetyo Abadi, Subanji, dan Tjang Daniel Chandra (1671-1685)

Pengembangan Bahan Ajar Matematika dengan Pendekatan Saintifik Untuk Meningkatkan Kemampuan Menyelesaikan Masalah Kontekstual
Nur Mazidah (1686-1697)

IPA

Melalui Metode Demonstrasi Dapat Meningkatkan Hasil Belajar Siswa pada Pembelajaran IPA Materi Cahaya dan Sifat-Sifatnya Kelas V SD Negeri 11 Sabang
Seri Erliati (1698-1702)

Penggunaan Metode Discovery pada Materi Pembelajaran Benda dan Sifatnya Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Siswa Kelas IV SDN 4 Taman Sari Lombok Barat
Maksun (1702-1705)

Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw Untuk Meningkatkan Hasil Belajar IPA Materi System Ekskresi Kelas IX SMPN 02 Kembayan
Hielaria Aprila (1706-1709)

Peningkatan Prestasi Pelajaran IPA Melalui Pemanfaatan Media Pembelajaran Terpadu di SMP Negeri 1 Bonti Kabupaten Sanggau
Yanto (1710-1712)

Pengembangan Carta Dinamik Sebagai Media Pembelajaran IPA Materi Cermin Lengkung di SMP
Ratmeli Storina (1712-1717)

Optimalisasi Penggunaan Metode Demonstrasi Untuk Meningkatkan Keterampilan Proses Siswa Kelas V Sekolah Dasar Katolik Welu
Maksimius Makur (1717-1729)

Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw Untuk Meningkatkan Hasil Belajar IPA Siswa Kelas VI SD Negeri Tafure Ternate Tahun Pelajaran 2014 -2015
Maryam Bayan (1729-1733)

Pembuatan Media Visual Mengenai Pembelajaran Discoveri dengan Pendekatan Saintifik pada Kurikulum 2013 Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Siswa, Konsep Perubahan Wujud Benda Siswa Kelas V SDN 2 Gambesi Kota Ternate
Malik (1733-1737)

Meningkatkan Prestasi Siswa Kelas VI SD pada Konsep Perubahan pada Benda dengan Menggunakan Metode Demonstrasi
Nenny Febriany Abdul Karim (1737-1741)

Penerapan Pembelajaran Kooperatif tipe Stad Untuk Meningkatkan Hasil Belajar IPA Siswa Kelas VI SD
Patrycia A. Sumarawu (1742-1747)

Upaya Meningkatkan Minat dan Hasil Pembelajaran IPA kelas VI melalui Metode *Discovery*
Suhartini dan Tutik Darmawati (1747-1750)

Peningkatan Hasil Belajar Sistem Gerak pada Manusia dan Struktur Fungsi Jaringan Tumbuhan melalui Kooperatif Tipe Student Teams Achievement Devisions (STAD) Kelas VIII A Di SMP Negeri 1 Penajam Paser Utara
Minarni (1750-1754)

Lingkungan Sekolah Memberikan Motivasi Belajar IPA pada Siswa Kelas IV SDN 4 Karangrejo Banyuwangi melalui Pendekatan Saintifik
Tri Sutini Asih dan Andi Eko Pramono (1754-1758)

BAHASA INDONESIA

Penggunaan Media Gambar Untuk Meningkatkan Kemampuan Menulis Puisi Siswa Kelas V SDN Inpres Manumpitaeng Kecamatan Manganitu Kabupaten Kepulauan Sangihe
Julin Dalawir (1759-1763)

Peningkatan Kemampuan Menulis Puisi Siswa Kelas III SDN 01 Ngali Kecamatan Belo Kabupaten Bima Melalui Media Video dengan Teknik Inventarisasi Kata
Jenep Hanapiah (1763-1767)

Peningkatan Kemampuan Mengapresiasi Cerita Fiksi dengan Menggunakan Strategi Aktivitas Terbimbing Bagi Siswa Kelas V SDN Kolongan Kecamatan Talawaan Kabupaten Minahasa Utara
Mike Sumampouw (1767-1774)

Peningkatan Kemampuan Mendeskripsikan Binatang dalam Bahasa Tulis dengan Penggunaan Media Gambar Melalui Pendekatan Saintifik pada Siswa Kelas II SD Negeri 200311 Pudunjae Kecamatan Padangsidimpuan Batunadua Kota Padangsidimpuan
Meridawati Matondang (1775-1780)

Penggunaan Media Kartu Kalimat Untuk Meningkatkan Kemampuan Menulis Pantun Anak pada Siswa Kelas IV SDN No 156/ IX Muhajirin Kabupaten Muaro Jambi
Dian Feriyanty (1780-1783)

Penerapan Media Gambar Seri Melalui Model Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD Untuk Meningkatkan Keterampilan Menulis Karangan Siswa Kelas IV SDN 2 Taman Sari, Gunungsari, Lombok Barat
Ratnah (1784-1791)

Peningkatan Keterampilan Mengarang Melalui Penerapan Media Gambar dengan Pendekatan Saintifik pada Siswa Kelas VI SD Al-Khairaat 04 Kalumpang Ternate Tengah
Lutfi Soleman (1791-1804)

Penerapan Model Induktif Kata Bergambar Terhadap Kemampuan Membaca Siswa Kelas 1 SD (Penelitian Tindakan Kelas di SDN I Dopang Kecamatan Gunungsari Kabupaten Lombok Barat)
Lutfiatun Muhibbah (1804-1809)

Penerapan Metode Pendekatan Pembelajaran Kontekstual (CTL) dalam Pembelajaran Membaca Puisi Pada Siswa Kelas IV Sekolah Dasar
Iskandar (1810-1814)

Penggunaan Metode Demontrasi Berantai dalam Pembelajaran Membaca Puisi Kelas VI SD Negeri 167 Sibanggor Jae Kecamatan Puncak Sorik Marapi
Saifuddin (1814-1820)

Penggunaan Metode Sugestopedia dalam Pembelajaran Keterampilan Menulis Puisi Bebas pada Siswa Kelas VIII B SMP Negeri 1 Meliau
Sri Darmi (1820-1824)

BAHASA INGGRIS

Meningkatkan Keterampilan Menulis Teks Report dengan Menerapkan Metode *Mind Mapping* pada Siswa Kelas IX A SMPN 24 Tanjung Jabung Timur
Emilia Kalsum Gusli (1825-1829)

The Questioning Step: an Obstacle for Teachers in Applying The Scientific Approach of The Curriculum 2013 in Sangihe Islands
Jelpris Topuh (1829-1837)

Teaching Speaking Using Inside-Outside Circle
Ruliana Dewi (1838-1841)

Teaching Writing a Descriptive Text to The Students of SMPN 1 Meliau Using Cooperative Learning and Pictures
Sumi Rahayu (1841-1848)

Exploring Direct Corrective Feedback in The Teaching of Writing
Suryanti (1848-1851)

Pembelajaran Terpadu Model Keterhubungan (Connected)
Dedi Arman (1851-1855)

UMUM

Dampak *Lesson Study* pada Peningkatan Profesionalisme Guru di Kabupaten Manokwari
Bertha Dampa (1856-1861)

Pembinaan Guru Kelas I Melakukan Pembelajaran Tematik Integratif Kurikulum 2013 di Gugus I Tingkat Sekolah Dasar Kecamatan Samarinda Ulu
Puji Syamsuri (1861-1867)

Upaya Peningkatan Mutu Pendidikan dan Efektivitas Sekolah Melalui Strategi BTB (Bimbing-Tugas-Bimbing)
Darno Harun F. (1867-1871)

Penerapan Supervisi Klinis dalam Meningkatkan Kemampuan Menyusun RPP Kurikulum 2013 Pada Guru SD di Gugus 3 Kecamatan Tahuna Kabupaten Kepulauan Sangihe
Apolos Seba (1871-1881)

Meningkatkan Komitmen dan Kemampuan Guru-Guru SDN 3 Bukit Tinggi Menyusun RPP Inovatif Melalui Kerja Praktik dengan Teknik Umpan Balik
Abd. Rasyid dan Mohamad Jauhari (1881-1887)

Peningkatan Kompetensi Guru Matematika dalam Penilaian Hasil Belajar Melalui Pendampingan oleh Pengawas Sekolah di SMP Binaan Kabupaten Kepulauan Sangihe Tahun 2014
Pres A. Tahulending (1887-1893)

Keprofesian Guru Dapat Ditumbuhkembangkan Melalui Penulisan Karya Ilmiah di Gugus Muhajirin Kecamatan Jambi Luar Kota dalam Kegiatan Kelompok Kerja Guru (KKG)
Mujiyono (1893-1899)

Peningkatan Kualitas dan Pemberdayaan Guru Perbatasan Melalui Kegiatan Diseminasi TEQIP
Sukardiono (1899-1904)

PROSES BERPIKIR MAHASISWA MELALUI TIGA DUNIA MATEMATIKA: Studi Kasus untuk Tara

Lia Budi Trisanti
Universitas Negeri Malang
btlia@rocketmail.com

Abstrak: David Tall memperkenalkan tiga dunia matematika: dunia perwujudan, dunia simbolik dan dunia formal. Dunia perwujudan (konseptual), berpikir tentang hal-hal yang dapat dirasakan dan dipahami dalam dunia fisik dan mental. Dunia simbolik (proceptual), berpikir dengan menggunakan simbol untuk perhitungan dan berpikir tentang konsep. Dunia formal (aksiomatik), berpikir didasarkan pada aksioma, definisi, teorema dan penalaran deduktif. Tiga Dunia matematika ini untuk tingkat matematika lanjut, dimana kebenaran pertama adalah aksioma dan definisi yang digunakan untuk bukti formal. Tujuan penelitian ini adalah mendeskripsikan proses berpikir mahasiswa dalam menyelesaikan soal tentang bilangan real dengan menggunakan tingkat berpikir dalam tiga dunia matematika.

Kata kunci: berpikir, tiga dunia matematika

Saat seseorang belajar terjadi proses berpikir, dimana proses ini terdiri atas penerimaan informasi, pengolahan, penyimpanan dan pengambilan kembali informasi tersebut dari memori seseorang. Menurut Santrock (2010) berpikir adalah memanipulasi atau mengelola dan mentransformasi informasi ke dalam memori. Pada saat berpikir, seseorang menghubungkan antara bagian-bagian informasi yang telah ada dalam pikiran. Pengetahuan yang diperoleh melalui informasi kemudian dihubungkan dengan pengetahuan yang sudah ada, membentuk pengertian baru. Pengertian yang baru dikonstruksi berdasarkan pengetahuan yang ia miliki. Berpikir yang diungkapkan oleh Santrock merupakan proses yang terdiri atas penerimaan informasi, pengolahan, penyimpanan dan pengambilan kembali informasi tersebut dari memori seseorang.

David Tall (2004) mengembangkan sebuah teori yang menggambarkan peserta didik melakukan perjalanan melalui dunia yang berbeda ketika membangun konsep. Teori tersebut dinamai teori tiga dunia matematika. Masing-masing dunia memiliki karakteristik sendiri untuk perkembangan kecanggihan dan garansi sendiri untuk kebenaran. Ketiga dunia matematika dari David Tall adalah Dunia perwujudan (konseptual), Dunia simbolik (proceptual) dan Dunia formal (aksiomatik). Dunia perwujudan (konseptual), berpikir tentang hal-hal yang dapat dirasakan dan dipahami dalam dunia fisik dan mental. Jaminan kebenaran dalam dunia perwujudan didasarkan pada eksperimen pemikiran dan pada "melihat" hal yang harus benar. Dunia simbolik (proceptual), berpikir dengan menggunakan simbol untuk perhitungan dan berpikir tentang konsep. Simbol bertindak sebagai proses dan sebagai konsep, dan seseorang secara fleksibel dapat berpindah antara keduanya. Dunia formal (aksiomatik) didasarkan pada aksioma, definisi, teorema dan penalaran deduktif. Dalam dunia formal, sesuatu adalah benar jika sesuatu adalah aksioma, definisi atau teorema yang kebenarannya dapat dibuktikan secara formal.

Pemilihan bilangan real sebagai materi penelitian ini dilatarbelakangi oleh hasil-hasil penelitian sebelumnya yang menyatakan bahwa konsep bilangan real adalah campuran dari perwujudan sebagai garis bilangan, simbolisme sebagai (tak terbatas) desimal dan formalisme sebagai *field* terurut lengkap (Tall, 2008). Secara fisik garis bilangan dapat ditelusuri dengan jari dan jari melewati 1-2, rasanya seolah-olah seseorang melalui semua titik. Tapi ketika hal ini direpresentasikan sebagai desimal, setiap ekspansi desimal adalah titik yang berbeda (kecuali untuk kasus yang sulit dari pengulangan sembilan) dan sehingga tampaknya tidak mungkin untuk membayangkan berjalan melalui semua titik antara 1 dan 2 dalam waktu yang terbatas. Ada juga dilema kontrafaktual, jika titik tidak memiliki ukuran, maka tidak dapat membuat interval satuan karena jumlah tak terbatas mereka. Dalam dunia perwujudan kita mungkin membayangkan sebuah titik sebagai tanda sangat kecil dibuat dengan pensil halus, sehingga titik praktis memiliki ukuran kecil tak tentu bahkan jika titik tidak teoritis. Selain itu, jika titik tidak memiliki ukuran dan tidak ketebalan garis, maka kita tidak akan bisa melihat mereka.

Secara formal, bilangan real \mathbf{R} adalah *field* terurut lengkap aksioma kelengkapan. Hal ini melibatkan memasuki dunia yang sama sekali berbeda di mana selain tidak lagi ditentukan oleh algoritma penghitungan atau penjumlahan desimal, melainkan hanya menegaskan bahwa untuk setiap pasangan bilangan real a, b , ada bilangan real ketiga yang dapat disebutkan jumlah a dan b dan dilambangkan dengan $a + b$.

Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Tall, menunjukkan bahwa proses berpikir sangat penting untuk dikaji lebih mendalam karena proses berpikir berperan penting dalam pemecahan masalah. Peneliti bermaksud melakukan penelitian yang bertujuan untuk mendeskripsikan proses berpikir mahasiswa dalam menyelesaikan soal tentang bilangan real dengan menggunakan tingkat berpikir dalam tiga dunia matematika.

METODE PENELITIAN

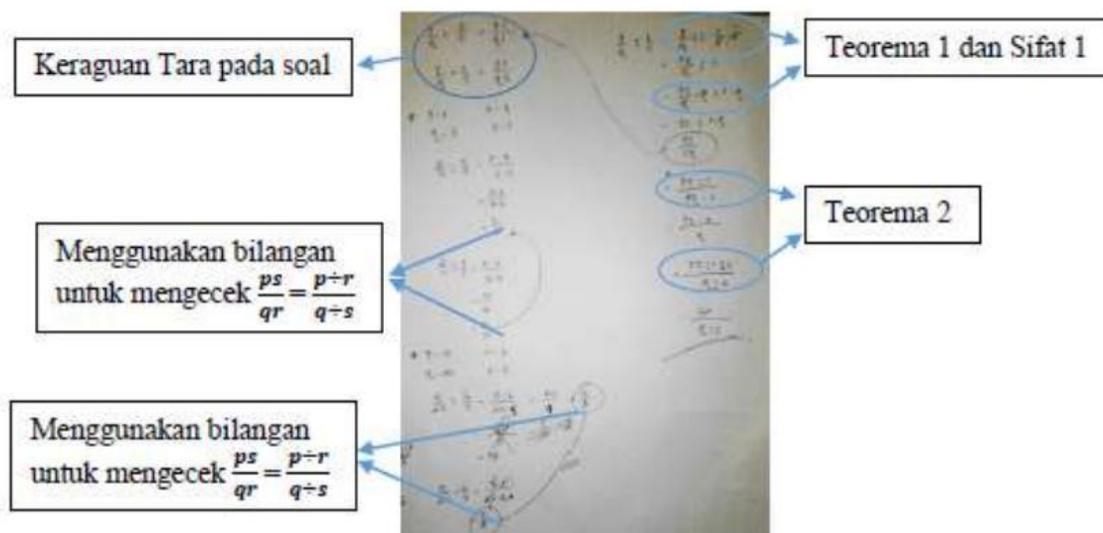
Penelitian ini tergolong penelitian kualitatif dan Lokasi yang dipilih pada penelitian ini adalah Program Studi Pendidikan Matematika Sekolah Tinggi Keguruan dan Ilmu Pendidikan Persatuan Guru Republik Indonesia (STKIP PGRI) Jombang. Proses penentuan subjek ini adalah pada saat perkuliahan analisis real masuk, peneliti memberikan lembar kerja kepada 30 mahasiswa untuk diselesaikan. Lembar kerja yang dimaksud terdiri dari 1 soal. Setelah selesai mengerjakan, saya mengumpulkan hasil pekerjaan dan selanjutnya mengoreksi pekerjaan mereka. Dari hasil yang peneliti koreksi, peneliti menetapkan salah satu mahasiswa, yaitu "Tara" (bukan nama asli subjek) yang dalam makalah ini sebagai subjek penelitian. Dalam perkuliahan sehari-hari mahasiswa ini cukup aktif meskipun kemampuannya tidak begitu istimewa.

Dalam penelitian ini ada 1 soal yang dikerjakan oleh subjek. Soal ini untuk mendeskripsikan proses berpikir mahasiswa terhadap kesadaran suatu bilangan dan untuk proses berpikir mahasiswa terhadap kebenaran dari proses yang dijalankan. Instrumen dalam penelitian ini ada dua macam, yaitu instrumen utama dan instrumen bantu. Instrumen utama adalah peneliti sendiri, karena peneliti sendiri yang berhubungan dengan subjek penelitian dan tidak dapat diwakilkan, sedangkan instrumen pendukung ada 2 macam, yaitu: tugas penyelesaian soal dan pedoman wawancara. Soal yang digunakan peneliti adalah

Apakah $\frac{p}{q} \div \frac{r}{s} = \frac{p+r}{q+s}$, dengan $p, q, r, s \in \mathbf{R}$ dan $q, s \neq 0$? Jelaskan!

HASIL DAN PEMBAHASAN

Peneliti menganalisis hasil pekerjaan dan rekaman subjek ketika menyelesaikan soal. Berikut hasil tulis subjek:



Gambar 1. Hasil Tertulis Subjek

Berdasarkan hasil tertulis tersebut dapat diketahui bahwa untuk subjek menyatakan kebenaran dari $\frac{p}{q} : \frac{r}{s} = \frac{p:r}{q:s}$ dengan mencoba suatu bilangan tertentu untuk membuat keyakinan dalam dirinya, apabila hasilnya sama dengan cara lama ($\frac{p}{q} : \frac{r}{s} = \frac{ps}{qr}$) maka ia menyimpulkan benar, begitupun sebaliknya. Pada proses ini subjek menggunakan suatu bilangan tertentu sebagai pengganti simbol untuk perhitungan, subjek merubah aritmatika ke aljabar. Oleh karena itu subjek berada di dunia simbolik sebagaimana yang diungkapkan oleh Tall (2004): "*The second world is the world of symbols that we use for calculation and manipulation in arithmetic, algebra, calculus and so on*".

Peneliti : "apa maksud dari $\frac{p}{q}$?"

Tara : " $\frac{p}{q}$ adalah suatu bilangan yang Real, lebih tepatnya pecahan, karna biasanya pecahan dinyakan dalam bentuk seperti itu"

Peneliti : "ohhh seperti itu.... sedangkan apa maksud dari $\frac{p}{q} : \frac{r}{s}$?"

Tara : "itu merupakan pembagian dua pecahan, yang harus diselesaikan untuk mendapatkan hasil, emmmm.... hasilnya bisa berupa bilangan bulat, bisa juga pecahan"

Peneliti : "bagaimana dengan $\frac{p:r}{q:s}$?"

Tara : "ya ini (*sambil menunjuk $\frac{p:r}{q:s}$ yang ada di soal*) hasil dari ini tadi (*sambil menunjuk $\frac{p}{q} : \frac{r}{s}$ yang ada di soal*)"

Dari ungkapan "Tara" nampak bahwa dia hanya melihat $\frac{p}{q}$ sebagai suatu objek matematika (bilangan pecahan), melihat $\frac{p}{q} : \frac{r}{s}$ sebagai suatu proses (pembagian dua bilangan pecahan, bilangan pecahan ($\frac{p}{q}$) dibagi dengan bilangan ($\frac{r}{s}$) untuk mendapatkan objek matematika baru ($\frac{p:r}{q:s}$). Dapat disimpulkan bahwa subjek memahami konsep matematika pertama kali dipahami sebagai proses dan setelah itu hasilnya. Teori APOS (Asiala & al., 1996), didasarkan pada asumsi bahwa konsepsi proses mendahului konsepsi objek. Sejalan dengan teori APOS, teori reifikasi dari Sfard (1991) menyatakan beberapa konsep matematika pertama kali dipahami sebagai proses dan setelah itu sebagai objek. Namun Tall (1999) telah mengkritisi teori APOS karena belajar tidak selalu berjalan sesuai dengan tingkatan APOS. Oleh karena itu, Tall (2004) memasukkan dunia perwujudan ke teori yang dikembangkannya, yaitu tiga dunia matematika (perwujudan, simbolik dan formal), di mana persepsi memiliki peran penting. Belajar di dunia simbolik terjadi dengan membangun objek dari tindakan. Namun, dalam dunia perwujudan, tidak berarti menggambarkan perkembangan dalam cara yang sama. Gray dan Tall (2001) menyatakan bahwa dalam kegiatan pembelajaran mungkin juga memulai dengan mengamati konsep yang akan dipelajari sebagai objek. Dengan cara ini pebelajar membangun konsep dengan melakukan tindakan atasnya.

Pada proses memanipulasi aljabar, subjek juga mengungkapkan suatu alasan dengan menggunakan teorema 1 (*dalam penulisan ini*) "Jika $\frac{p}{q}$ dikali s maka $\frac{r}{s}$ juga dikali s , dalam bentuk $\frac{p}{q} : \frac{r}{s}$ ", dimana s merupakan invers dari $\frac{1}{s}$. Tujuan subjek melakukan Teorema 1 tersebut adalah merubah bentuk $\frac{r}{s}$ menjadi r dengan sifat 1 (identitas perkalian) bahwa " r dikali dan dibagi 1 sama dengan r ". Subjek juga menggunakan Teorema 2 yaitu "jika pembilang dikalikan a , maka penyebut juga harus dikalikan a , agar nilainya senilai".

Subjek menggunakan beberapa sifat dan teorema dalam bilangan real sehingga subjek berada pada dunia formal sebagaimana yang diungkapkan oleh Tall (2004) "*The third world is based on properties, expressed in terms of formal definitions that are used as axioms to specify mathematical structures*". Subjek menggunakan sifat dan teorema tersebut secara berurutan yaitu mencari invers dari suatu bilangan, mengalikan/ membagi bilangan dengan 1. Perjalanan subjek menuju ke dunia formal didahului dari dunia simbolik terlebih dahulu. Sehingga adanya suatu dukungan dari dunia simbolik subjek.

Peneliti : "apa yang dapat kamu simpulkan?"

Tara : "ternyata $\frac{p}{q} : \frac{r}{s} = \frac{p:r}{q:s}$, he.... he.... (tertawa senang) padahal anggapan saya $\frac{p}{q} : \frac{r}{s} = \frac{ps}{qr}$ loh bu."

Berdasarkan interpretasi peneliti bahwa adanya suatu pengetahuan sebelumnya yang mendukung subjek dalam menyelesaikan soal tersebut. Hal ini sesuai dengan ungkapan David Tall (2008) *Personal development builds on experiences that the individual has met-before. Previous experiences form connections in the brain that affect how we make sense of new situations*. Selain dipengaruhi pengetahuan sebelumnya, subjek juga mengalami adaptasi skema dalam pikiran subjek misalnya skema lama subjek menyatakan $\frac{p}{q} : \frac{r}{s} = \frac{p}{q} \times \frac{s}{r}$. Setelah mendapatkan informasi yang ada di soal, skema subjek diperbarui bahwa untuk mengoperasikan $\frac{p}{q} : \frac{r}{s}$ tidak hanya diperoleh dari hasil proses $\frac{p}{q} \times \frac{s}{r}$ tetapi bisa juga dari proses $\frac{p:r}{q:s}$. Hal ini sesuai dengan ungkapan Piaget adaptasi skema, adaptasi skema dapat dilakukan dengan dua cara yaitu asimilasi dan akomodasi (Skemp, 1982). Asimilasi terjadi ketika struktur masalah dapat diintegrasikan langsung ke dalam skema yang ada. Proses asimilasi terjadi pada seseorang ketika struktur masalah yang dihadapi sudah sesuai dengan skema yang telah ada, karena skema yang telah tersedia sudah sesuai atau lebih lengkap dari struktur masalah. Sedangkan akomodasi terjadi ketika struktur skema yang dimiliki belum sesuai dengan struktur masalah yang dihadapi, sehingga perlu mengubah skema lama agar sesuai dengan struktur masalah. Informasi yang diterima mungkin saja tidak sesuai dengan skema lama, oleh karena itu skema lama harus disesuaikan atau dirubah hingga sesuai dengan informasi yang masuk.

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan bahwa Tara menggunakan pengetahuan sebelumnya (met-before) untuk menyelesaikan soal. Tara menggunakan beberapa sifat dan teorema dalam bilangan real sehingga Tara berada pada dunia formal. Perjalanan Tara menuju ke dunia formal didahului dari dunia simbolik terlebih dahulu. Tara perlu menyesuaikan informasi yang didapat dengan pengetahuan yang ada (adaptasi skema). Berdasarkan hasil penelitian, peneliti menyarankan bahwa perlu diadakan penelitian lebih mendalam antara adaptasi skema (asimilasi dan akomodasi) dalam berpikir matematis (Tiga dunia matematika).

DAFTAR RUJUKAN

- Asiala, M et al, (1996) . *A framework for research and curriculum development in Undergraduate mathematics education*. Research in Collegiate Mathematics Education II. Issues in Mathematics Education (CBMS), American Mathematical Society, 1-32.
- Asiala, M. et al, (1997). *The development of students' graphical understanding of the derivative*. Journal of Mathematical Behavior, 16(4), 399-431.
- Gray, E. & Tall, D. (2001). *Relationships between embodied objects and symbolic procepts: an explanatory theory of success and failure in mathematics*. In M. van den Heuval-Panhuizen (Ed.) Proceedings of the 25th conference of the international group for the psychology of mathematics education (PME), Vol. 3, Utrecht, 65-72.
- Santrock, John W. 2011. *Educational psychology*. McGraw-Hil: New York.
- Tall, David. (1999). *Reflections on APOS theory in elementary and advanced mathematical thinking*. In O. Zaslavsky (Ed.) Proceedings of the 23rd conference of the international group for the psychology of mathematics education (PME), Haifa, Israel, Vol. 1, 111-118.
- Tall, David. 2004. *Introducing Three Worlds of Mathematics. For the Learning of Mathematics*, 23 (3). 29-33
- Tall, David. 2005. *A Theory of Mathematical Growth through Embodiment, Symbolism and Proof*. Plenary Lecture for the International Colloquium on Mathematical Learning from Early Childhood to Adulthood, Belgium, 5-7 July, 2005
- Tall, David. 2008. *The Transition to Formal Thinking in Mathematics. Mathematics Education Research Journal*, 20 (2), 5-24 [A summary of the framework of three worlds of mathematics as applied to the shift to formal thinking]