



# SEMINAR NASIONAL 2017

Integrasi Matematika dan Nilai Islami

Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang

Kesekretariatan:

Ruang Sidang Jurusan Matematika, Gedung BJ. Habibie Fakultas Sains dan Teknologi Lantai 3  
Jl. Gajayana No. 50 Malang 65144, Nomor HP Panitia: 085607464431/085655632386

Nomor : SIMANIS/SN.00.5/139/04/2017

Malang, 27 April 2017

Lampiran : -

Hal : Undangan Presentasi

Kepada Yth.

**Nahlia Rakhmawati, M.Si**

STKIP PGRI Jombang

Di tempat

*Assalamu'alaikum Wr. Wb.*

Sehubungan dengan pelaksanaan Seminar Nasional Integrasi Matematika dan Nilai Islami (**SI MaNIs**) tahun 2017 oleh Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, pada:

Hari, Tanggal : Sabtu, 6 Mei 2017

Waktu : 07.30 – Selesai

Tempat : Gedung Ir. H. Soekarno lantai 5

Rektorat UIN Maulana Malik Ibrahim Malang

Kami menginformasikan bahwa makalah dengan judul “**Penerapan Permasalahan Kontrol Optimal pada Aljabar Max-Plus (Studi Kasus Penjadwalan Transportasi Umum)**” dinyatakan lolos seleksi oleh tim reviewer dan dapat dipresentasikan dalam seminar tersebut.

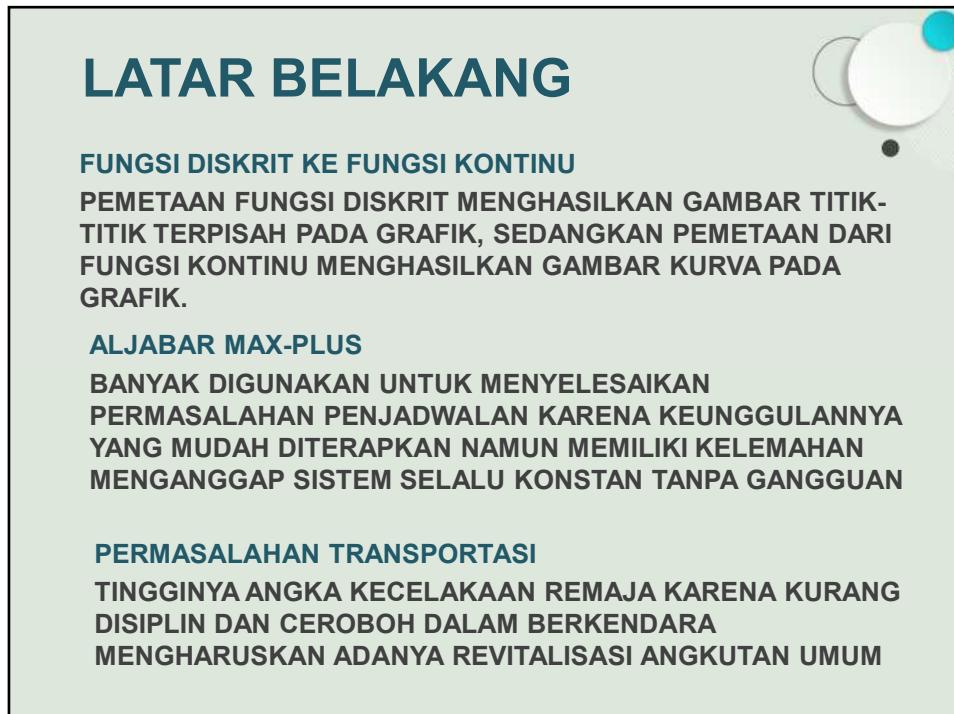
Atas perhatian dan partisipasi Bapak/Ibu, Kami mengucapkan terima kasih.

*Wassalamu'alaikum Wr. Wb.*

Ketua Panitia,  
  
Dr. Elly Susanti, M.Sc  
NIP. 19741129 200012 2 005



The poster features a light blue background with a white circular logo on the left containing a stylized 'U' shape. The text 'SEMINAR NASIONAL 2017' is at the top, followed by 'Integrasi Matematika dan Nilai Islami'. Below this is 'Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang'. A red banner across the middle contains 'MANIS' and 'Kesekretariatan'. To the right, it says 'Ruang Sidang Jurusan Matematika, Gedung BJ. Habibie Fakultas Sains dan Teknologi Lantai 3 Jl. Gajayana No. 50 Malang 65144, Nomor HP Paritita: 085607464431/085655632386'. The main title 'Penerapan Permasalahan Kontrol Optimal Pada Aljabar Max-Plus' is in bold black font, with '(Studi Kasus Penjadwalan Transportasi Umum)' in a smaller font below it. The author's name 'NAHLIA RAKHMAWATI, S.Si., M.Si.' is in bold, followed by 'STKIP PGRI JOMBANG' and the email 'rakhmanahlia.stkipjb@gmail.com'.



## LATAR BELAKANG

**FUNGSI DISKRIT KE FUNGSI KONTINU**  
PEMETAAN FUNGSI DISKRIT MENGHASILKAN GAMBAR TITIK-TITIK TERPISAH PADA GRAFIK, SEDANGKAN PEMETAAN DARI FUNGSI KONTINU MENGHASILKAN GAMBAR KURVA PADA GRAFIK.

**ALJABAR MAX-PLUS**  
BANYAK DIGUNAKAN UNTUK MENYELESAIKAN PERMASALAHAN PENJADWALAN KARENA KEUNGGULANNYA YANG MUDAH DITERAPKAN NAMUN MEMILIKI KELEMAHAN MENGANGGAP SISTEM SELALU KONSTAN TANPA GANGGUAN

**PERMASALAHAN TRANSPORTASI**  
TINGGINYA ANGKA KECELAKAAN REMAJA KARENA KURANG DISIPLIN DAN CEROBOH DALAM BERKENDARA MENGHARUSKAN ADANYA REVITALISASI ANGKUTAN UMUM

## PENELITIAN TERDAHULU

Case, James. 2010. menyebutkan bahwa permasalahan diskrit khususnya aljabar max-plus dapat disajikan dalam bentuk kontrol optimal dengan menggunakan konsep pontriagin maksimum dan persamaan Hamilton-jacoby.

Rakhmawati, Nahlia. 2015. menemukan sebuah rancangan jadwal keberangkatan bus sekolah menggunakan aljabar max-plus.

## TUJUAN PENELITIAN

Penerapan Aljabar Max-Plus ke dalam permasalahan kontrol optimal pada penjadwalan bus sekolah di Jombang.

## Kajian Pustaka

### Aljabar Max-Plus

**Teorema 1.** Bila untuk sebarang keadaan awal  $x(0) \neq \varepsilon$  sistem

$$x(k+1) = A \otimes x(k), \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

memenuhi  $x(p) = c \otimes x(q)$  untuk beberapa bilangan bulat  $p$  dan  $q$  dengan  $p > q \geq 0$  dan beberapa bilangan real  $c$ , maka

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{x(k)}{k} = [\lambda \quad \lambda \quad \cdots \quad \lambda]^T$$

dengan  $\lambda = \frac{c}{p-q}$ . Selanjutnya  $\lambda$  adalah suatu nilai eigen dari matriks  $A$  dengan vektor eigen diberikan oleh

$$v = \bigoplus_{i=1}^{p-q} (\lambda^{\otimes(p-q-i)} \otimes x(q+i-1)).$$

Salah satu permasalahan yang jelas pada analisis max – plus adalah permasalahan kontrol optimal dengan alokasi waktu yang terbatas. Misalkan kondisi awal diberikan

$$\dot{x}(t) = f[x(t), u(t)],$$

dengan tujuan untuk memaksimal nilai  $J$  atau,

$$\text{Maximize } J = \int_0^T L[x(t), u(t)] dt$$

## Metode Penelitian

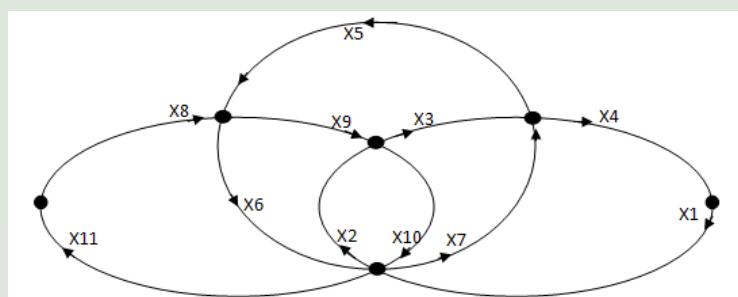
### 1. Membuat Fungsi kontinu dari Aljabar Max-Plus

$$\begin{aligned} W(x) &= \sup_{u \in \mathcal{U}} \sup_{T \in [0, \infty)} \int_0^T L(\xi_t) - \frac{\gamma^2}{2} |u_t|^2 dt \\ &= \sup_{T \in [0, \infty)} \sup_{u \in \mathcal{U}} \int_0^T L(\xi_t) - \frac{\gamma^2}{2} |u_t|^2 dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \sup_{u \in \mathcal{U}} \int_0^T L(\xi_t) - \frac{\gamma^2}{2} |u_t|^2 dt. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= f(\xi, v(\xi)) + \sigma(\xi)u = g(\xi) + \sigma(\xi)u, \\ \xi_0 &= x \in \mathbf{R}^n. \end{aligned}$$

2. Analisis Max-Plus Sistem
3. Komputasi
4. Solusi dan pengambilan kesimpulan

## Hasil Analisa



Gambar 1. Graph berarah disertai node untuk jalur bus sekolah

Tabel 1. Jarak antar Titik Pertemuan, Waktu Tempuh dan Alokasi Jumlah Bus

variabel	dari	ke	jarak (km)	waktu tempuh (menit)	jumlah bus yang beroperasi
x1	UNDAR	STIKES	5.1	12.14	1
x2	STIKES	MP	1	2.24	1
x3	MP	RC	1.3	3.07	1
x4	RC	UNDAR	1.3	3.07	1
x5	RC	PL	2.4	5.46	1
x6	PL	STIKES	1	2.24	1
x7	STIKES	RC	1	2.24	1
x8	BRAVO	PL	6	14.24	1
x9	PL	MP	3	7.12	1
x10	MP	STIKES	2.6	6.14	1
x11	STIKES	BRAVO	0.6	1.26	1

$$\left. \begin{array}{l} x(k+1) = Ax(k) \oplus d(k+1) \\ y(k) = Cx(k) \\ x(0) = x_0 \end{array} \right\}$$

$$A = \begin{pmatrix} \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 3.07 & \varepsilon \\ 12.14 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 7.12 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 2.24 & \varepsilon \\ \varepsilon & 2.24 & \varepsilon & 2.24 & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 3.07 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 6.14 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & 3.07 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 6.14 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1.26 & \varepsilon & \varepsilon & 5.46 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 12.24 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 7.12 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 2.24 & \varepsilon \\ \varepsilon & 14.24 & \varepsilon \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 1.26 & \varepsilon & \varepsilon & 5.46 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 2.24 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 2.24 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon \\ 12.14 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 7.12 & \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & 2.24 & \varepsilon \end{pmatrix}$$

Maximize  $J = \int_0^T L[x(t), u(t)] dt$   
 Subject to  $\dot{x}(t) = f[x(t), u(t)], \text{etc.}$

$$\max_u \{L(x,u) + \langle f(x,u), V \rangle\} = 0,$$

## PUSTAKA

B. Heidergott, G.J. Olsder, and J. van der Woude. 2006. **Max Plus at Work**, Princeton University Press. NJ: Birkhäuser.

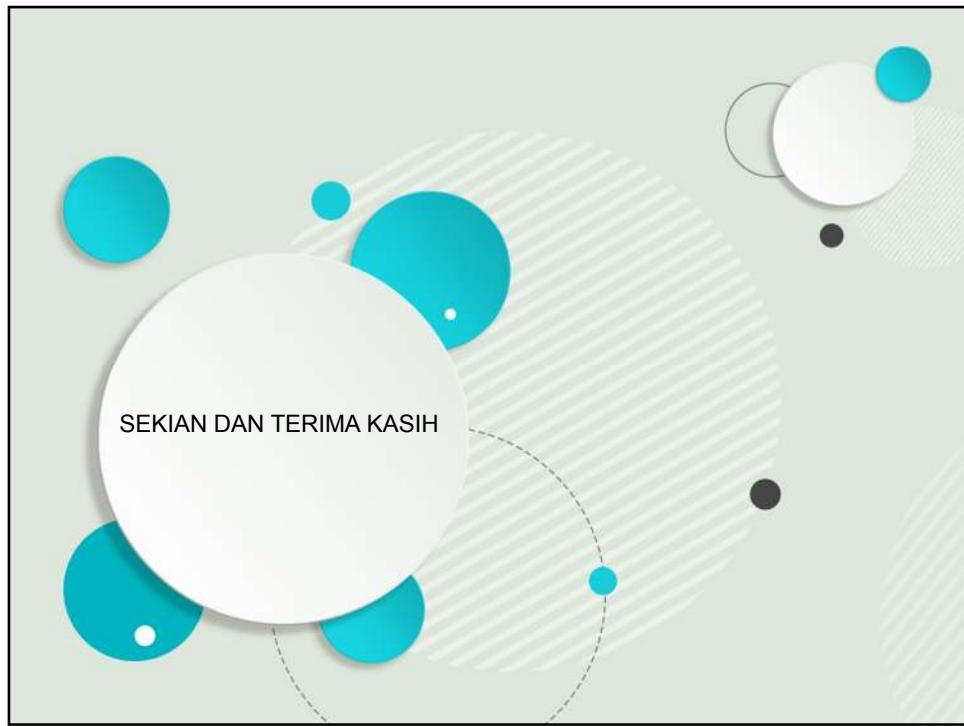
Bouquard, J.L., C. Lente, J.C. Billaut. 2006. **Application of an optimization problem in Max-Plus algebra to scheduling problems**. Elsevier: discrete applied mathematics 154 (2006) 2064-2079. (available online at [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com))

Case, James. 2010. **Max-Plus Algebra: From Discrete-event Systems to Continuous Optimal Control Problems**. SIAM News, Volume 43, Number 8, October 2010.

Rakhmawati, Nahlia. 2015. **Study of School Bus Planning By Using Max-Plus Interval Algebra**. Proceedings The fifth Annual Basic Science International Conference, Malang, Indonesia, February 11-12, 2015. (available online at basic.ub.ac.id)

Max-Plus Working Group. 1994. **Max-Plus Algebra and Application to System Theory and Optimal Control**. Proceedings of The International Congress of mathematicians, Zurich, Switzerland, August 1994.

W. McEneaney. 2006. **Max-Plus Methods for Nonlinear Control and Estimation**. Berlin: Birkhäuser.



# **Penerapan Permasalahan Kontrol Optimal Pada Aljabar Max-Plus (Studi Kasus Penjadwalan Transportasi Umum)**

Nahlia Rakhmawati, M.Si.  
Dosen Pendidikan Matematika STKIP PGRI Jombang  
[rakhmanahlia.stkipjb@gamil.com](mailto:rakhmanahlia.stkipjb@gamil.com)

## **Abstrak**

Tujuan penelitian ini adalah untuk menyajikan permasalahan fungsi diskrit menjadi fungsi kontinyu pada permasalahan transportasi yang semula diselesaikan menggunakan aljabar max-plus menjadi permasalahan optimal kontrol. Tujuan penyelesaian permasalahan transportasi ini adalah untuk mendapatkan interval waktu tunggu yang pasti. Penyelesaian menggunakan aljabar max-plus telah didapatkan interval waktu tunggu yang pasti yaitu dengan nilai eigen  $6.20 < \lambda < 7.39$ . Namun, tentunya kenyataan yang ada tidak memungkinkan suatu sistem untuk selalu tepat tanpa adanya gangguan dari lingkungannya. Maka disajikan masalah dalam bentuk fungsi kontinyu yang memungkinkan memasukkan variabel luar sebagai bagian dari sistem yang dibuat. Hasil penelitian menunjukkan penjadwalan transportasi dapat disajikan dalam permasalahan kontrol optimal dengan meminimalkan waktu tunggu di masing-masing titik persinggahan.

Kata kunci: aljabar max-plus, permasalahan kontrol optimal, penjadwalan transportasi umum.

## **Pustaka Utama:**

- Bouquard, J.L., C. Lente, J.C. Billaut. 2006. **Application of an optimization problem in Max-Plus algebra to scheduling problems.** Elsevier: discrete applied mathematics 154 (2006) 2064-2079. (available online at [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com))
- Case, James. 2010. **Max-Plus Algebra: From Discrete-event Systems to Continuous Optimal Control Problems.** SIAM News, Volume 43, Number 8, October 2010.
- Rakhmawati, Nahlia. 2015. **Study of School Bus Planning By Using Max-Plus Interval Algebra.** Proceedings The fifth Annual Basic Science International Conference, Malang, Indonesia, February 11-12, 2015. (available online at basic.ub.ac.id)
- Max-Plus Working Group. 1994. **Max-Plus Algebra and Application to System Theory and Optimal Control.** Proceedings of The International Congress of mathematicians, Zurich, Switzerland, August 1994.



# Sertifikat

Nomor: SIMANIS/PP.00.9/015/05/2017

diberikan kepada

**Nahlia Rakhmawati, M.Si**  
atas partisipasinya sebagai

## PEMAKALAH

dengan judul

Penerapan Permasalahan Kontrol Optimal Pada Aljabar Max-Plus

(Studi Kasus Penjadwalan Transportasi Umum)

dalam acara Seminar Nasional Integrasi Matematika dan Nilai Islami (**SI MaNIs 2017**)  
dengan tema “**Internalisasi Nilai-nilai Keagamaan Melalui Matematika untuk Membentuk Karakter Bangsa**”

yang diselenggarakan oleh Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang  
bekerja sama dengan The Indonesian Mathematical Society (IndoMS)  
pada tanggal 6 Mei 2017

Malang, 6 Mei 2017

Mengetahui,  
Dekan,



Dr. Intan Muchtadi, M.Si  
NIP. 19751125 199802 2 001



Dr. Elly Susanti, M.Sc  
NIP. 19741129 200012 2 005

